Corrigé du problème

Lunette de visée avec redresseur

1. L'oculaire, de grossissement commercial 5, a une vergence $D_{oc} = 5 \times (4\,\delta) = 20\,\delta$.

   Sa focale, inverse de la vergence, est $f'_{oc} = \dfrac{1}{20}$ m, soit $f'_{oc} = +\,50$ mm.

   Si a est le paramètre du doublet, $f'_3 = 2a$, $L_3L_4 = a$, $f'_4 = 2a$

   $$f'_{oc} = 50 = \frac{f'_3 f'_4}{f'_3 + f'_4 - L_3L_4} = \frac{2a \times 2a}{2a + 2a - a} = \frac{4a}{3}$$

   On en tire $a = 37{,}5$ mm $\qquad f'_3 = f'_4 = +\,75$ mm $\qquad L_3L_4 = 37,5$ mm

   $$\overline{L_3H_{oc}} = +\,L_3L_4\,\frac{f'_{oc}}{f'_4} = +\,37,5\,\frac{50}{75} = +\,25 \text{ mm}$$

   Par symétrie, $\overline{L_4H'_{oc}} = -\,25$ mm

   $$\overline{L_3F_{oc}} = \overline{L_3H_{oc}} + \overline{H_{oc}F_{oc}} = \overline{L_3H_{oc}} - f'_{oc} = 25 - 50 = -\,25 \text{ mm}$$

   Par symétrie, $\overline{L_4F'_{oc}} = +\,25$ mm

2. Les trois formules qui conduisent à une solution sont :

   - (a) la formule de Gullstrand
     (focale du doublet)
   - (b) la formule de grandissement de Newton
     (dans l'espace objet du doublet)
   - (c) la formule de conjugaison des lentilles minces
     (méthode des foyers)

   Comme l'objet est à l'infini, l'image objective est dans le plan focal image de l'objectif : $A_0 \equiv F'_0$

   $$\overline{F'_0L_1} = \overline{F'_0F_r} + \overline{F_rL_1}$$

   (a) $$f'_r = \frac{f'_1 f'_2}{f'_1 + f'_2 - L_1L_2} = \frac{f'^2_1}{2f'_1 - 10}$$

   (b) $$g_{yr} = -2 = \frac{f'_r}{\overline{F_rF'_0}} \quad \Rightarrow \quad \overline{F_rF'_0} = \frac{-f'_r}{2}$$

   F_r est le conjugué objet de F_2 à travers L_1. $\qquad F_r \xrightarrow{L_1} F_2 \xrightarrow{L_2} \infty$

   (c) $$\frac{1}{\overline{L_1F_r}} = \frac{1}{\overline{L_1F_2}} - \frac{1}{f'_1} = \frac{1}{\overline{L_1L_2} + \overline{L_2F_2}} - \frac{1}{f'_1}$$

$$\frac{1}{\overline{L_1F_r}} = \frac{1}{10 - f_1'} - \frac{1}{f_1'} \quad \rightarrow \quad \overline{L_1F_r} = \frac{f_1'(10 - f_1')}{2f_1' - 10}$$

En revenant à la décomposition du début,

$$\overline{F_0'L_1} = \frac{f_r'}{2} - \frac{f_1'(10 - f_1')}{2f_1' - 10}$$

$$\overline{F_0'L_1} = \frac{f_1'^2}{2(2f_1' - 10)} + \frac{f_1'(f_1' - 10)}{2f_1' - 10} = 10$$

On en tire l'équation du second degré :

$$3{f_1'}^2 - 60f_1' + 200 = 0$$

dont les racines sont $f_1' = 10\left(1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

On retient la racine la plus grande $f_1' = 10\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right) = +\ 15{,}77$ mm

$$f_2' = f_1' = +\ 15{,}77 \text{ mm}$$

$$f_r' = \frac{f_1'^2}{2f_1' - 10} = \frac{15,77^2}{2 \times 15,77 - 10} = +\ 11{,}55 \text{ mm}$$

Comme le redresseur est symétrique, et d'après (c)

$$\overline{L_2F_r'} = -\overline{L_1F_r} = \frac{f_1'(f_1' - 10)}{2f_1' - 10} = \frac{15,77(15,77 - 10)}{2 \times 15,77 - 10} = +\ 4{,}22 \text{ mm}$$

De plus, d'après (b), $\overline{F_rF_0'} = \overline{F_rA_0} = \frac{-f_r'}{2} = -\ 5{,}78$ mm

$$g_{yr} = \frac{-\ \overline{F_r'A_2}}{f_r'} = -2 \qquad \Rightarrow \qquad \overline{F_r'A_2} = 2 \times f_r' = 2 \times 11,55 = +\ 23{,}10 \text{ mm}$$

3. $\overline{A_0A_2} = \overline{A_0L_1} + \overline{L_1L_2} + \overline{L_2F_r'} + \overline{F_r'A_2} = 10 + 10 + 4{,}22 + 23{,}10 = 47{,}32$ mm

   L'image instrumentale étant à l'infini, l'image redressée est dans le plan focal objet de l'oculaire : $A_2 \equiv F_{oc}$

   $\overline{L_0L_4} = \overline{L_0A_0} + \overline{A_0A_2} + \overline{A_2L_3} + \overline{L_3L_4} = 100 + 47{,}32 + 25 + 37{,}5 = 209{,}82$ mm

   L'encombrement est donc de l'ordre de 210 mm.

4. La chaîne d'images faisant apparaître les points conjugués sur l'axe optique, ainsi que les dimensions transversales, s'écrit :

$$\begin{array}{ccccccc} & \text{Ob} & & \text{Red} & & \text{Oc} & \\ \infty & \longrightarrow & F_0' \equiv A_0 & \longrightarrow & A_2 \equiv F_{oc} & \longrightarrow & \infty \\ \theta & & y_0 & & y_2 & & \theta' \end{array}$$

En valeur algébrique : $G_a = \dfrac{\theta'}{\theta} = \dfrac{\theta'}{y_2} \times \dfrac{y_2}{y_1} \times \dfrac{y_1}{\theta} = -P_{ioc} \times g_{yr} \times f'_0$
$G_a = -20 \times (-2) \times 0,1 = +\ 4$

On aurait, en valeur absolue, trouvé le même résultat.

Attention à ne pas oublier, dans le calcul, d'exprimer la focale de l'objectif en mètre, car la puissance intrinsèque de l'oculaire est en dioptrie !

5. Appliquons la formule de conjugaison de Newton 3 fois en partant de l'image instrumentale M' sur laquelle l'œil accommode :

$$M \xrightarrow{\text{Ob}} M_0 \xrightarrow{\text{Red}} M_2 \xrightarrow{\text{Oc}} M'$$

$$\overline{F_{oc}M_2}\ .\ \overline{F'_{oc}M'} = -f'^2_{oc} \qquad \overline{F_rM_0}\ .\ \overline{F'_rM_2} = -f'^2_r \qquad \overline{F_0M}\ .\ \overline{F'_0M_0} = -f'^2_0$$

$\overline{F'_{oc}M'} = \overline{H_{\text{œil}}M'} = \dfrac{-1}{5}$ m, soit $\overline{F'_{oc}M'} = -\ 200$ mm

$\overline{F_{oc}M_2} = \dfrac{-f'^2_{oc}}{\overline{F'_{oc}M'}} = \dfrac{-50^2}{-200} = +\ 12{,}5$ mm

$\overline{F'_rM_2} = \overline{F'_rF_{oc}} + \overline{F_{oc}M_2} = 23{,}10 + 12{,}5 = +\ 35{,}60$ mm

$\overline{F_rM_0} = \dfrac{-f'^2_r}{\overline{F'_rM_2}} = \dfrac{-11,55^2}{35,60} = -\ 3{,}75$ mm

$\overline{F'_0M_0} = \overline{F'_0F_r} + \overline{F_rM_0} = 5{,}78 - 3{,}75 = +\ 2{,}03$ mm

$\overline{F_0M} = \dfrac{-f'^2_0}{\overline{F'_0M_0}} = \dfrac{-100^2}{2,03} = -\ 4\ 926$ mm

$\overline{AL_0} = \overline{AF_0} + \overline{F_0L_0} = 4\ 926 + 100 = 5\ 026$ mm soit environ 5 m