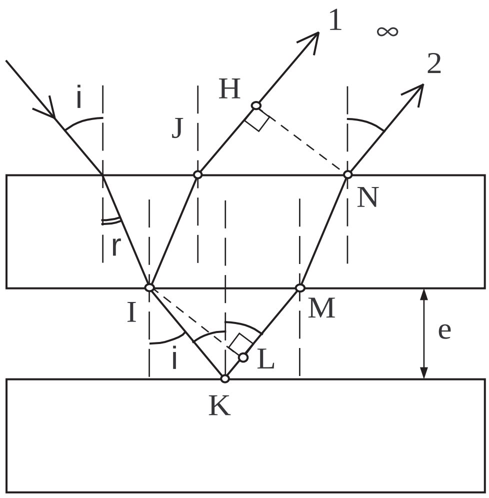
Corrigé de l'examen blanc d'Optique TS2

Optique physique

1. Le dédoublement des rayons qui interfèrent par réflexion se produit sur le premier dioptre de la lame d'air, en I.



La différence de marche δ est la différence de chemin optique entre les deux vibrations 1 et 2 qui interfèrent, augmentée dans le cas présent d'une demie longueur d'onde (la réflexion en K, sur un milieu plus réfringent, induit un déphasage de pi radian). Elle est comptée entre le point de dédoublement I et le point d'interférence (l'infini).

Comme les chemins optiques [H∞] et [N∞] sont égaux, la différence de marche est :

$$\delta = [2] - [1] + \frac{\lambda}{2} = [IKLMN] - [IJH] + \frac{\lambda}{2}$$

De plus [IJ] = [MN] ; [JH] = [LM] donnent,

$$\delta = [IK] + [KL] + \frac{\lambda}{2}$$

2. $\delta = 2e\cos i + \dfrac{\lambda}{2}$

3. L'ordre d'interférence maximum est obtenu pour les rayons issus du centre de la source.

$$\text{i} = 0^\circ \,;\, \cos \text{i} = 1 \qquad \rightarrow \qquad p_0 = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2e}{\lambda} + 0,5 = \frac{2 \times 0,4}{546.10^{-6}} + 0,5 = 1465,701$$

L'ordre d'interférence minimum est obtenu pour les rayons issus du bord de la source.

$$\tan i = \frac{\varnothing/2}{f'_0} = \frac{10}{100} = 0,1 \quad \rightarrow \quad i = 5,7106^\circ \quad \rightarrow \quad p_{min} = \frac{2e\cos i}{\lambda} + 0,5 = 1458,430$$

4. Le premier anneau sombre a pour ordre d'interférence le premier nombre demi-entier inférieur à p_0, soit 1465,5.

   Le dernier anneau brillant a pour ordre d'interférence le premier nombre entier supérieur à p_{min}, soit 1459.

   Remarque

   Les anneaux sont décomptés à partir du centre du champ d'interférence, point qui correspond à l'ordre p_0.

   Le calcul des diamètres des anneaux est effectué en deux temps :

   – Calcul des rayons apparents i, à la sortie de l'interféromètre ;
   – Calcul des diamètres linéaires Ø des anneaux dans le plan focal image de L.

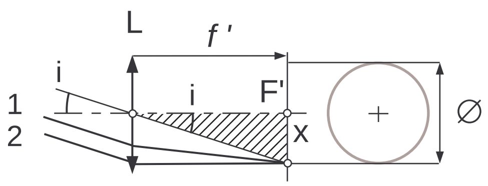
$$\delta = 2e\cos i + \frac{\lambda}{2} = p\lambda \qquad \rightarrow \qquad i = \arccos\frac{(p-0,5)\lambda}{2e}$$

Les deux applications numériques donnent :

$$p = 1465,5 \quad \rightarrow \quad i = \arccos\frac{(1465,5-0,5)546.10^{-6}}{2\times 0,4} = 0,950154^\circ$$
$$p = 1459 \quad \rightarrow \quad i = \arccos\frac{(1459-0,5)546.10^{-6}}{2\times 0,4} = 5,482006^\circ$$

Dans le triangle rectangle du schéma ci-contre :

$$\tan i = \frac{x}{f'} \qquad \rightarrow \qquad \varnothing = 2x = 2f'\tan i$$



Soit, pour les deux valeurs précédentes de i,

anneau	calcul Ø	Ø (mm)
1er sombre	$2\times 400\tan 0,950154 =$	$13,268 \simeq 13,3$
dernier brillant	$2\times 400\tan 5,482006 =$	$76,778 \simeq 76,8$

5. Comme l'ordre d'interférence p_0 est ni entier, ni demi-entier, l'intensité au centre du champ d'interférences est comprise entre I_{max} et I_{min}.

   L'expression de la différence de marche nous montre que lorsque l'épaisseur de la lame d'air e varie, l'ordre p d'interférence varie dans le même sens.

   Les deux valeurs demi-entières qui encadrent p_0 sont : p = 1465,5 et p = 1466,5

   Au centre $i = 0$ et $2e + \dfrac{\lambda}{2} = p\lambda \qquad \rightarrow \qquad e = \dfrac{(p-0,5)\lambda}{2}$

   $p = 1465,5 \qquad \rightarrow \qquad e = \dfrac{(1465,5-0,5)546.10^{-6}}{2} = 0,399945 \text{ mm}$

   soit une diminution de l'épaisseur d'air de 55 nm

   $p = 1466,5 \qquad \rightarrow \qquad e = \dfrac{(1466,5-0,5)546.10^{-6}}{2} = 0,400218 \text{ mm}$

   soit une augmentation de l'épaisseur d'air de 218 nm.

Optique géométrique

A. Loupe

1. La puissance d'une loupe est le rapport du diamètre apparent de l'image à la taille de l'objet.

   – Le diamètre apparent de l'image est l'angle sous lequel l'observateur la voit.
   – La taille de l'objet est sa longueur transversale.

   La puissance est dite *intrinsèque* quand l'une au moins des deux conditions suivantes est satisfaite :

   – objet dans le plan focal objet de la loupe (et donc image à l'infini) ;
   – œil (ou plus précisément, plan principal objet de l'œil) dans le plan focal image de la loupe.

   Si la puissance est définie en valeur absolue (toujours positive),

   $$P(\delta) = \left|\frac{\theta'(rad)}{y(m)}\right| \qquad P_i = \left|\frac{\theta'(rad)}{y(m)}\right| \quad \text{avec } (A \equiv F \text{ ou } H_{\text{œil}} \equiv F')$$

   Si la puissance est définie en valeur algébrique avec les conventions usuelles de signes*,

   $$P_a(\delta) = \frac{-\theta'}{y} \qquad P_{ai} = \frac{-\theta'(rad)}{y} \quad \text{avec } (A \equiv F \text{ ou } H_{\text{œil}} \equiv F'$$

* Conventions :

grandeur	*sens positif*
axiale	celui de la lumière
transversale	de bas en haut
angulaire	sens trigonométrique ; angle orienté à partir de l'axe optique

2. La puissance intrinsèque de la loupe – système optique toujours convergent – est égale à sa vergence, que la puissance soit définie en valeur absolue, ou algébrique.

   $P_i = P_{ai} = D = +\ 20\ \delta$

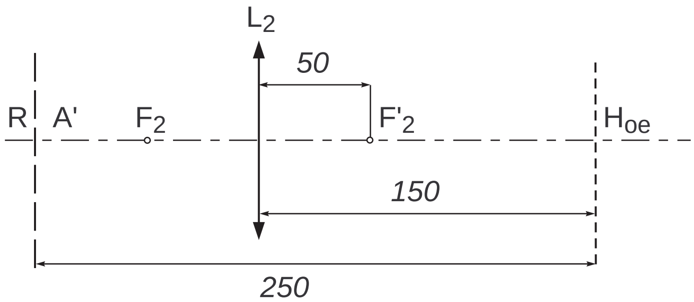
   Le grossissement commercial est égal à la puissance intrinsèque (ou sa vergence) divisée par quatre dioptries.

   $$G_c = \frac{P_i}{4\delta} = \frac{D}{4\delta} = \frac{20\delta}{4\delta} = 5$$

3. La distance focale image de la loupe est l'inverse de sa vergence. Elle est donc égale à $1/20^e$ de mètre, soit 50 mm.

   Le myope de 4 dioptries a un Remotum placé à 1/4 de mètre devant lui, soit 250 mm.

   Plaçons sur un schéma les points caractéristiques du cas étudié.



La chaîne d'images est :

$$A \xrightarrow{L_2} A' \equiv R$$

L'image donnée par la loupe (image instrumentale) joue le rôle d'objet pour l'œil.
La relation de conjugaison donne :

$$\frac{1}{\overline{L_2A'}} - \frac{1}{\overline{L_2A}} = \frac{1}{f_2'} \qquad \rightarrow \qquad \frac{1}{\overline{L_2A}} = \frac{1}{\overline{L_2A'}} - \frac{1}{f_2'} = \frac{1}{-100} - \frac{1}{50} = \frac{-1-2}{100} = \frac{-3}{100}$$

$$\overline{AL_2} = -\overline{L_2A} = +\ 33,\overline{3}\ mm$$

Une construction sur le schéma précédent donnerait un résultat équivalent.

4. La puissance de la loupe peut être calculée de deux manières.

   – À partir de la définition :

$$P = \left|\frac{\theta'}{y}\right| = \frac{\left|\frac{y'}{A'H_{oe}}\right|}{|y|} = \left|\frac{g_y(A,A')}{A'H_{oe}}\right| = \frac{\left|\frac{L_2A'}{L_2A}\right|}{|A'H_{oe}|} = \frac{\frac{0,100}{0,333}}{0,25} = 12\ \delta$$

   – ou bien en appliquant la formule :

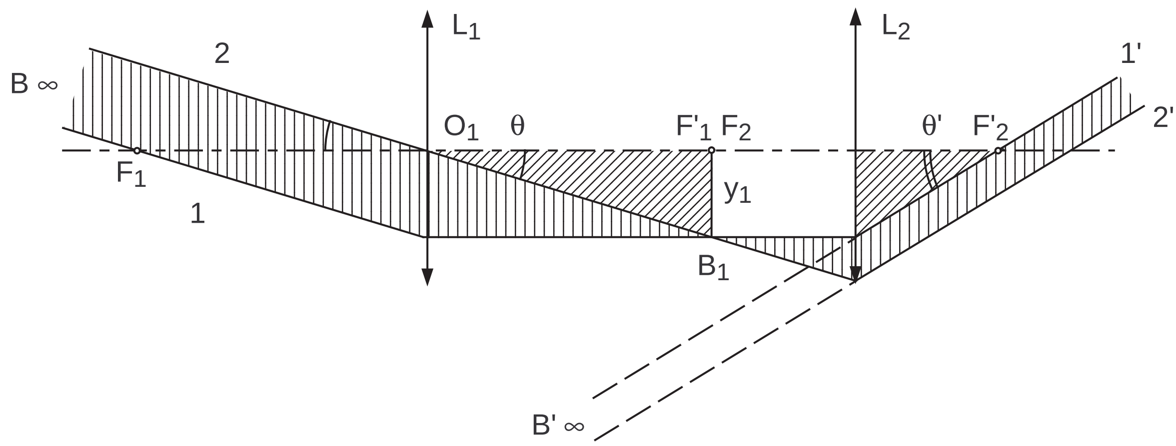
$$P = P_i\left(1 - \frac{a}{d}\right) \text{ avec } a = \overline{F_2'H_{oe}} \text{ et } d = \overline{A'H_{oe}}$$

$$P = 20\left(1 - \frac{100}{250}\right) = 20(1-0,4) = 12\ \delta$$

B. Lunette de Kepler

1. Un rayon objet (1) issu du point B, à l'infini dans la direction formant un angle θ avec l'axe optique, est tracé par F_1. Il se réfracte à travers L_1 parallèlement à l'axe optique, puis à travers L_2, suivant (1') qui passe par F_2'.

   Un second rayon (2) parallèle au premier passe par O_1. Il n'est pas dévié et ressort, après réfraction par L_2 parallèlement au premier rayon suivant (2').



2. Le grossissement de la lunette afocale est le rapport du diamètre apparent θ' de l'image au diamètre apparent θ de l'objet.

   Si les angles sont orientés (à partir de l'axe optique), le grossissement est algébrique (G_a). Dans le cas contraire, le grossissement est en valeur absolue (G).

   Calculons d'abord G.
   Dans les deux triangles rectangles hachurés à 45˚du schéma précédent,

   $$\tan\theta = \theta(rad) = \left|\frac{y_1}{f'_1}\right| \quad \text{et} \quad \tan\theta' = \theta'(rad) = \left|\frac{y_1}{f'_2}\right| \quad \text{d'où,}$$

   $$G = \frac{\theta'}{\theta} = \left|\frac{\frac{y_1}{f'_2}}{\frac{y_1}{f'_1}}\right| = \left|\frac{f'_1}{f'_2}\right| = \left|\frac{D_2}{D_1}\right| = \frac{20}{2} = 10$$

   Un calcul algébrique prenant en compte le signe des angles ($\theta < 0$ et $\theta' > 0$ aurait donné un grossissement négatif :
   $$G_a = \frac{-f'_1}{f'_2} = -\ 10$$

3. *On voit à l'envers à travers une lunette de Kepler.*

   Sur le schéma précédent, le point B est à l'infini dans une direction au dessus de l'axe optique. Son image B' est à l'infini, non pas dans une direction au-dessus de l'axe – ce que pourrait laisser présumer le faisceau sortant de l'oculaire L_2 – mais dans une direction au-dessous de l'axe optique. En effet, l'observateur perçoit l'image devant lui (*extériorisation*) et c'est le tracé en pointillés qui définit la direction de l'image instrumentale, objet pour l'observateur.

   Il y a d'autres façons de conclure sur le sens de l'image perçue :

   – on peut simplement, par un tracé de rayon parallèle à l'axe, à travers la lunette afocale de Kepler, constater que le rayon émergent se trouve de l'autre côté de l'axe optique (ce qui correspond à un grandissement transversal négatif) ;

   – une justification plus complète consisterait à construire l'image rétinienne ; cette image est droite, à l'opposé des images obtenues par une observation à l'œil nu, et par conséquent elle est perçue renversée.

4. Un point objet A sur l'axe et à distance finie donne, à travers la lunette afocale, une image intermédiaire A_1 (image objective) et une image instrumentale A', toutes deux à distance finie.

   La relation de conjugaison de Newton appliquée deux fois donne :

(1) $\quad \overline{F_1A}.\overline{F'_1A_1} = -\ {f'_1}^2$
(2) $\quad \overline{F_2A_1}.\overline{F'_2A'} = -\ {f'_2}^2$

(1) divisé par (2) permet d'éliminer l'image intermédiaire car, F'_1 et F_2 étant confondus, $\overline{F'_1A_1} = \overline{F_2A_1}$. Il s'ensuit :

$$\frac{\overline{F_1A}}{\overline{F'_2A'}} = \left(\frac{f'_1}{f'_2}\right)^2 = G^2 = 10^2 = 100 \qquad \rightarrow \qquad \overline{F_1A} = 100\ \overline{F'_2A'}$$

L'emmétrope qui accommode de deux dioptries regarde une image instrumentale située devant lui à 500 mm .

$$\overline{F'_2A'} = \overline{H_\infty A'} = -\ 500\ mm$$

en reportant dans la formule de conjugaison,

$$\overline{F_1A} = 100 \times (-500) = -\ 50\ 000\ mm$$

d'où $\quad \overline{AL_1} = \overline{AF_1} + \overline{F_1L_1} = 50\ 000 + 500 = 50\ 500\ mm$ soit $50,5\ m$

C. Lunette de Galilée

1. L'oculaire divergent a pour vergence $-\ 4\ \delta$ et pour focale - 1/4 m, soit – 250 mm.

   L'encombrement de la lunette est la distance qui sépare les lentilles extrêmes : ici c'est la distance L_1L_3, épaisseur du doublet de lentilles minces.

   $$\overline{L_1L_3} = \overline{L_1F'_1} + \overline{F'_1F_2} + \overline{F_2L_2} = f'_1 + 0 - f_2 = f'_1 + f'_2 = 500 - 250 = 250\ mm$$

   La formule du grossissement, démontrée pour la lunette de Kepler, reste valable en valeur absolue et en valeur algébrique :

   $$G = \left|\frac{f'_1}{f'_2}\right| = \left|\frac{500}{-250}\right| = 2 \qquad G_a = \frac{-f'_1}{f'_2} = \frac{-500}{-250} = +\ 2$$

2. *On voit à l'endroit à travers la lunette de Galilée.*

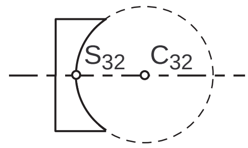
   La justification peut être faite par :
   – le signe du grossissement algébrique ;
   – un tracé de faisceau oblique (voir dernière question) ;
   – un simple tracé de rayon parallèle à l'axe optique qui se retrouve, à la sortie de l'oculaire, du même côté de l'axe ($g_y > 0$) ;
   – une construction de l'image rétinienne.

3. Supposons la face plane de la lentille plan-concave tournée vers l'objectif. Comme la vergence du dioptre plan est nulle, la vergence de la lentille est égale à la vergence du dioptre sphérique :

$$D_3 = D_{31} + D_{32} - \frac{e}{n}\, D_{31} D_{32} \quad \text{et} \quad D_{31} = 0$$

$$\rightarrow \quad D_3 = D_{32} = \frac{1 - 1,5}{R_{32}}$$

$$R_{32} = \frac{-0,5}{D_{32}} = \frac{-0,5}{D_3} = \frac{-0,5}{-4}\ m, \text{ soit } R_{32} = +\ 125\ mm$$



4. Le Remotum de l'hypermétrope de 5 dioptries est derrière son œil, à 200 mm.

La chaîne d'image s'écrit :

$$\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 \xrightarrow{L_3} A' \equiv R$$

La relation de conjugaison de Newton appliquée à l'oculaire donne :

$$\overline{F_3F'_1}.\overline{F'_3R} = -f'^2_3$$

Or, $\overline{F_3F'_1}$ est l'opposé du déplacement axial d de l'oculaire. Donc,

$$-d.\overline{F'_3R} = -f'^2_3 \qquad \rightarrow \qquad d = \frac{f'^2_3}{\overline{F'_3R}} = \frac{f'^2_3}{\overline{F'_3L_3} + \overline{L_3H_{\infty}} + \overline{H_{\infty}R}} = \frac{(-250)^2}{250 + 10 + 200} = +\ 135,9\ mm$$

Ainsi, *l'oculaire est déplacé dans le sens de la lumière* (il est éloigné de l'objectif).

5. Les lentilles étant positionnées, ainsi que la pupille d'entrée de l'œil et les plans des images successives ($[F'_1]$ et $[R]$), la construction est effectuée de la façon suivante :

   – Le rayon objet passant par O_1, définit le diamètre apparent de l'objet, ainsi que le bord de l'image objective B_1.

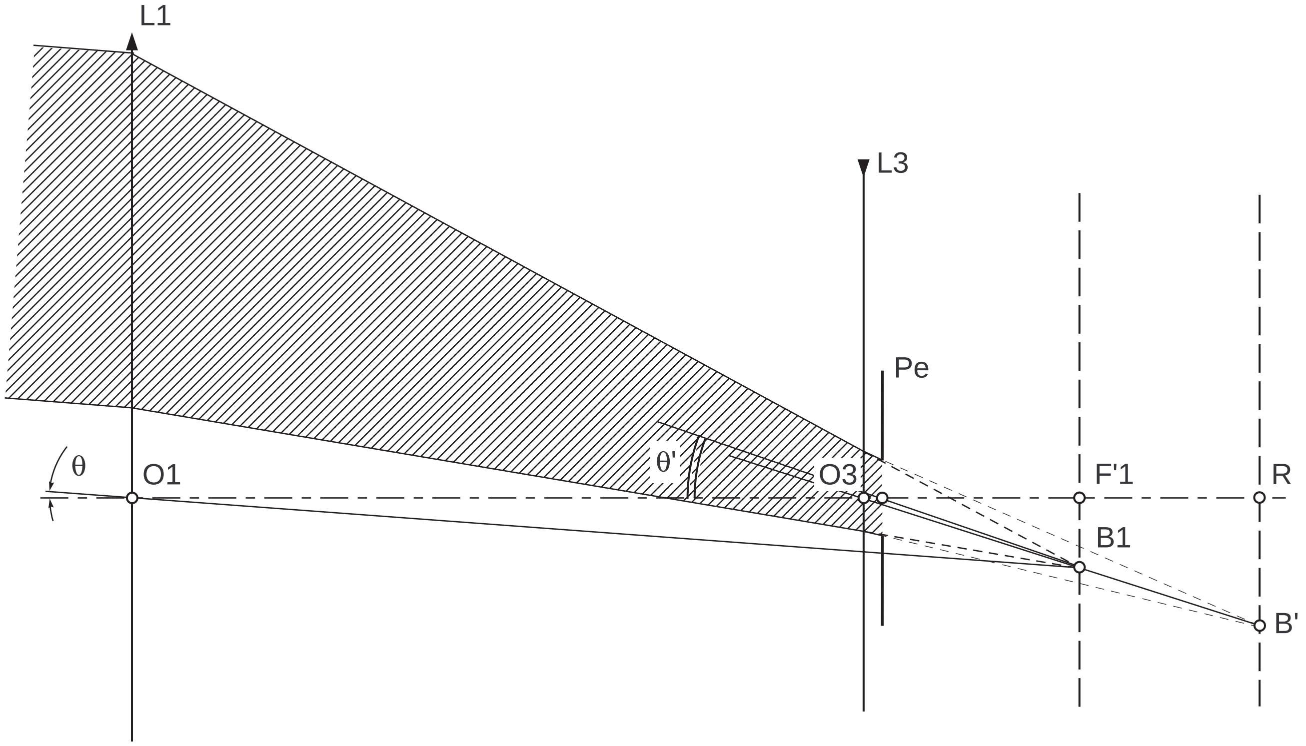
   – Le rayon intermédiaire relie O_3 à B_1 ;

   – il n'est pas dévié par L_3 et coupe le plan rémotal en B'.

   – Le faisceau de sommet B' s'appuyant sur les bords de la pupille de l'œil coupe le plan de L_3 en deux points...

   – qui sont reliés à B_1 pour former le faisceau intermédiaire ;

   – Le faisceau objet est enfin construit parallèle au premier rayon.



6. Le grossissement peut être calculé de deux manières différentes :

   – En appliquant la définition au cas de figure étudié.

   $$G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{\dfrac{RB'}{P_eR}}{\dfrac{F_1'B_1}{f_1'}} = \frac{g_{y3}.f_1'}{P_eR} \qquad \text{où} \qquad P_eR \simeq H_{oe}R = 200\ mm$$

   et $g_{y3} = \dfrac{L_3R}{L_3F_1'} = \dfrac{10+200}{250-135,9} = \dfrac{210}{114,1} = 1,84$

   $$G = \frac{1,84 \times 500}{200} = 4,6$$

   – En appliquant la formule générale :

   $$G = G_i\left(1 - \frac{a}{d}\right)$$

   avec $\quad a = \overline{F_3'H_{oe}} = \overline{F_3'L_3} + \overline{L_3H_{oe}} = 250 + 10 = 260\ mm$ et $d = \overline{A'H_{oe}} = -\ 200\ mm$

   $$G = 2\left(1 - \frac{260}{-200}\right) = 4,6$$