Optique géométrique et physique

I

Un objectif de distance focale f ’ = 320 mm est constitué par un doublet (L_1, L_2) de formule 8, 5, – 4 ($f'_1 = 8a$, $e = 5a$, $f'_2 = -4a$).
La lumière rencontre d’abord la lentille convergente.

1) Où faut-il placer le plan du film pour recevoir l’image d’un objet situé à l’infini ?

2) Quel est alors le champ total et le champ objet de pleine lumière si les deux lentilles ont le même rayon d’ouverture R = 7 mm ?

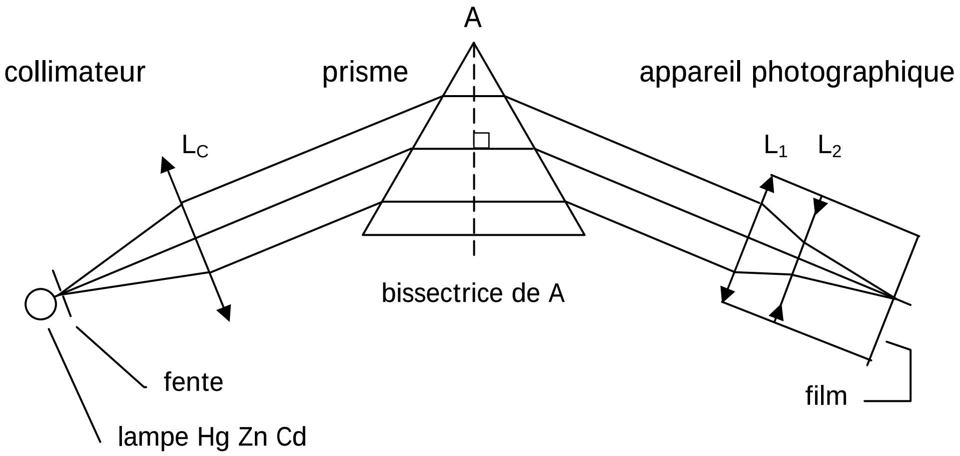
3) Tracer, sur un schéma à l’échelle 1, le faisceau utile qui est issu d’un point de l’objet situé au bord du champ de pleine lumière.

4) Calculer le diamètre du champ de pleine lumière image, le comparer au format 24 mm x 36 mm du film, et conclure.

5) Calculer la position et le diamètre de la pupille de sortie de l’objectif.
En déduire la profondeur de foyer, sachant que la tolérance de netteté sur le film est donnée par un cercle de diamètre 40 μm. (La formule de la profondeur de foyer sera démontrée.)

II

L’objectif défini ci-dessus est utilisé dans un spectrographe, pour photographier le spectre d’une lampe à vapeur de mercure, zinc et cadmium.
Le montage est défini par le schéma ci-après.



Le collimateur est constitué d'une fente rectangulaire, de largeur négligeable, orientée parallèlement à l'arête A du prisme. et placée dans le plan focal objet d'un objectif L_C.

Cette fente est éclairée par une source spectrale à vapeur de mercure, zinc et cadmium, qui émet des radiations de longueurs d'onde comprises entre λ_1 = 404,68 nm et λ_2 = 643,85 nm.

Le prisme de section droite équilatérale, est réglé au minimum de déviation pour la radiation verte de longueur d'onde λ = 546,07 nm.

L'indice du prisme est donné par : $n = a + \frac{b}{\lambda^2}$

avec : a = 1,5096 ; b = 4621,5 nm^2 et λ en nm.

L'appareil photographique enregistre le « spectre » de la source constitué par l'ensemble des images de la fente correspondant aux différentes radiations monochromatiques émises.

C'est la dispersion du prisme qui permet la séparation transversale de ces images.

1) Calculer les trois indices n_1, n et n_2 avec une précision de quatre décimales.

2) Calculer l'angle d'incidence i du faisceau de lumière polychromatique qui arrive sur le prisme.
On rappelle, qu'au minimum de déviation, la bissectrice de l'angle A est axe de symétrie pour le rayon qui traverse le prisme.

3) Quel angle Δi' sépare les faisceaux de longueurs d'onde λ_1 et λ_2 à la sortie du prisme ?
Compte-tenu du champ calculé au I 4), le spectre de la lampe sera-t-il photographié en entier ?

4) Les deux lentilles de l'objectif sont réalisées dans le même matériau.
L'objectif est-il achromatique ?
Quelle conséquence cela a-t-il sur la photographie du spectre ?

III

A. Expliquer, en une page maximum, le principe de l'antireflet monocouche.

B. Un rayon de lumière naturelle arrive sur un dioptre plan air-eau sous l'incidence de Brewster.

1) Calculer l'angle d'incidence pour $n_{eau} = 4 / 3$.
2) Comment la lumière réfléchie est-elle polarisée ?

Cette lumière réfléchie, d'intensité I, est reçue par un polariseur P_1 dont la direction de polarisation fait un angle de 30° avec le plan d'incidence.

3) Quelle est l'intensité I', en fonction de I, de la lumière qui sort du polariseur P_1 ?

Un second polariseur P_2 est placé après P_1.

4) Quel angle doivent former les directions de polarisation de P_1 et P_2 pour que l'intensité I'' de la lumière qui sort de P_2 représente un dixième de I ?

Barème indicatif		
I	:	8 / 20
II	:	5 / 20
III	:	7 / 20

Corrigé

I

1) ◆ Comme l'objet est à l'infini, il faut, pour avoir une image nette, placer le film dans le plan focal image de l'objectif [F'].

◆ Calculons d'abord a, en appliquant la première formule de Gullstrand :

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{e}{f'_1 f'_2} = \frac{1}{8\,a} - \frac{1}{4\,a} + \frac{5\,a}{8\,a.4\,a} = \frac{4-8+5}{32\,a} = \frac{1}{32\,a} = \frac{1}{320}$$

$a = 10$ mm → $f'_1 = +\,80$ mm ; $e = 50$ mm ; $f'_2 = -\,40$ mm

◆ Cherchons ensuite la position de F' par la méthode des foyers :

$$\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 \xrightarrow{L_2} F'$$

La seconde conjugaison s'écrit

$$\frac{1}{\overline{O_2F'}} = \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} + \frac{1}{\overline{f'_2}} = \frac{1}{\overline{O_2O_1} + \overline{O_1F'_1}} + \frac{1}{\overline{f'_2}} = \frac{1}{-\,50 + 80} - \frac{1}{40} = \frac{40-30}{1200} = \frac{1}{120}$$

d'où $\boxed{\overline{O_2F'} = +\,120 \text{ mm}}$

Il faut placer le film 120 millimètres après la seconde lentille.

2) ◆ Pour déterminer les champs-objet, conjuguons tout d'abord le second diaphragme (L_2) à travers L_1 :

$$L_2^1 \xrightarrow{L_1} L_2$$

$$\frac{1}{\overline{O_1L_2^1}} = \frac{1}{\overline{O_1L_2}} - \frac{1}{\overline{f'_1}} = \frac{1}{50} - \frac{1}{80} = \frac{80-50}{4000} = \frac{3}{400}$$

$$\overline{O_1L_2^1} = \frac{400}{3} = +\,133{,}33 \text{ mm}$$

$$\left|g_y(L_2^1, L_2)\right| = \frac{O_1L_2}{O_1L_2^1} = \frac{50 \times 3}{400} = \frac{3}{8} \quad \rightarrow \quad \frac{R(L_2)}{R(L_2^1)} = \frac{3}{8} \rightarrow \quad R(L_2^1) = \frac{8}{3}\,R(L_2) = \frac{8}{3} \times 7$$

$$R(L_2^1) = \frac{56}{3} = 18{,}67 \text{ mm}$$

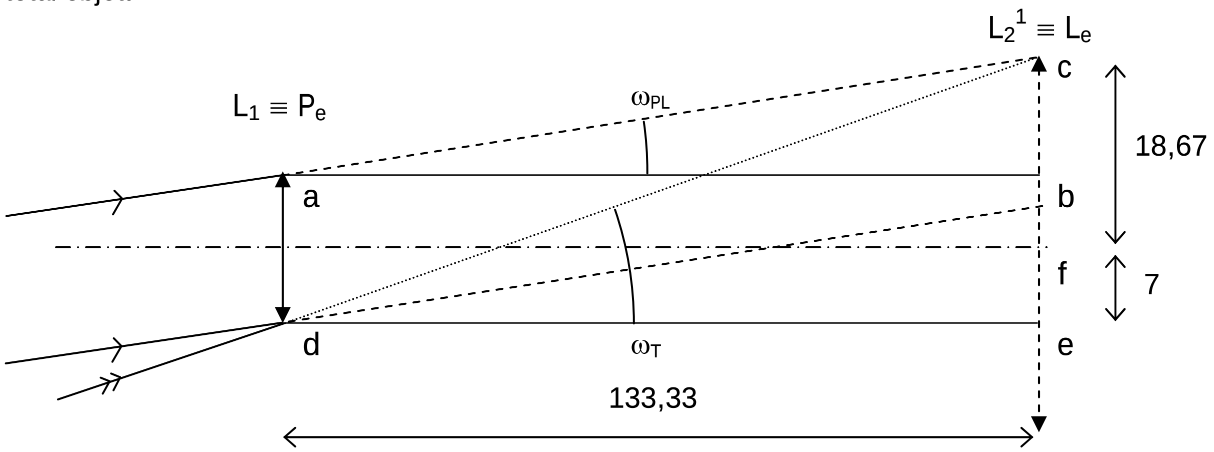
◆ Le point objet étant à l'infini, la pupille d'entrée est le plus petit des diaphragmes-objet.
$R(L_1) = 7$ mm ; $R(L_2^1) = 18{,}67$ mm. C'est donc L_1 qui est pupille d'entrée.

◆ Comme il n'y a que deux diaphragmes, L_2^1 est nécessairement lucarne d'entrée.

◆ Le faisceau utile issu du point objet A à l'infini dans la direction de l'axe est un faisceau parallèle à l'axe qui s'appuie sur la pupille d'entrée.

◆ Considérons un point B situé à l'infini dans une direction θ par rapport à l'axe.
Lorsque θ augmente à partir de 0, le faisceau utile, parallèle, incliné d'un angle θ par rapport à l'axe optique, s'appuie sur la pupille d'entrée et traverse la lucarne sans altération, tant que θ reste inférieur ou égal à ω_{PL}. Cet angle est le rayon apparent du champ de pleine lumière objet.

◆ Lorsque θ est supérieur à ω_{PL} , le faisceau qui s'appuie sur la pupille d'entrée est entamé par la lucarne. Le faisceau utile est réduit à un seul rayon pour $\theta = \omega_T$, où ω_T est le rayon apparent du champ total objet.



◆ Dans les triangles rectangles abc et def :

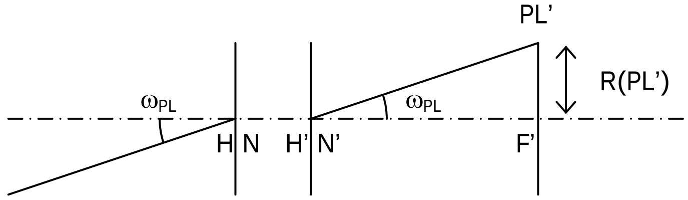
$\tan\omega_{PL} = \dfrac{18{,}67 - 7}{133{,}33}$ → $\omega_{PL} = 5{,}00\ °$ → $\boxed{2\ \omega_{PL} = 10{,}0\ °}$

$\tan\omega_{T} = \dfrac{18{,}67 + 7}{133{,}33}$ → $\omega_{PL} = 10{,}90\ °$ → $\boxed{2\ \omega_{T} = 21{,}8\ °}$

3) Voir schéma en fin de corrigé

4) ◆ Les points principaux de l'objectif sont confondus avec les points nodaux, car les milieux extrêmes sont identiques.

◆ Un rayon objet issu du bord du champ de pleine lumière objet, et passant par le point principal objet H (ou N), passe, après réfraction par l'objectif, par le point principal image H' (ou N').
L'inclinaison du rayon est conservée ($g_\alpha = +1$). Elle est égale à ω_{PL}.



◆ En conséquence, le rayon du champ de pleine lumière image est :

$R(PL') = f\,'.\tan\omega_{PL} = 320 \tan 5 = 28{,}00$ mm,

et le diamètre : $\boxed{\varnothing(PL') = 56 \text{ mm}}$

◆ <u>Ce diamètre est largement supérieur à la diagonale du format</u>, $\sqrt{24^2 + 36^2} = 43{,}27$ mm.
<u>Le film sera donc exposé de façon homogène</u>. Il n'y aura pas de vignettage.

5) ◆ La pupille de sortie est le conjugué image de L_1 (diaphragme d'ouverture) à travers L_2.

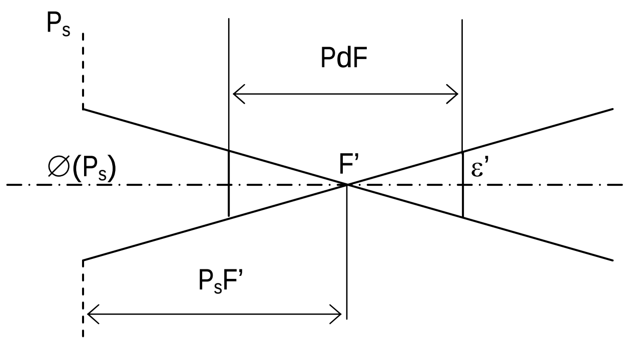
$$L_1 \xrightarrow{L_2} P_s$$

$$\frac{1}{\overline{O_2P_s}} = \frac{1}{\overline{O_2L_1}} + \frac{1}{\overline{f\,'_2}} = \frac{1}{-50} + \frac{1}{-40} = \frac{-40-50}{2000} = \frac{-9}{200}$$

$$\boxed{\overline{O_2P_s} = \frac{-200}{9} = -22{,}22 \text{ mm}}$$

$$|g_y(L_1, P_s)| = \frac{O_2P_s}{O_2L_1} = \frac{200}{9 \times 50} = \frac{4}{9} \quad \rightarrow \quad \varnothing(P_s) = \frac{4}{9}\,\varnothing(L_1) = \frac{4}{9} \times 14$$

$$\boxed{\varnothing(P_s) = \frac{56}{9} = 6{,}22 \text{ mm}}$$



◆ La profondeur de foyer est la distance qui sépare, pour un plan objet déterminé (ici, à l'infini), les deux positions du plan du détecteur qui donnent une tache de diffusion juste égale au cercle de tolérance.
Ces deux positions sont symétriques par rapport au plan de l'image (ici, par rapport à F').

◆ Les triangles isoscèles de sommet F' et de base $\varnothing(P_s)$ et ε' sont semblables, donc

$$\frac{\frac{PdF}{2}}{P_sF'} = \frac{\varepsilon'}{\varnothing(P_s)} \quad \rightarrow \quad \boxed{PdF = 2\,\frac{\varepsilon'\,P_sF'}{\varnothing(P_s)}} \qquad \overline{P_sF'} = \overline{P_sO_2} + \overline{O_2F'} = 22{,}22 + 120 = 142{,}22 \text{ mm}$$

PdF = 2 x 0,04 x 142,22 / 6,22 $\boxed{\text{PdF} = 1{,}83 \text{ mm}}$

II

1) ◆ Le calcul donne les résultats suivants :

λ	n
404,68	1,5378
546,07	1,5251
643,85	1,5207

2) ◆ Au minimum de déviation, du fait de la symétrie rappelée dans l'énoncé, les angles r et r' de réfraction en I et d'incidence en I' sont égaux.
(I est le point d'incidence sur le premier dioptre et I', le point d'incidence sur le second dioptre)

◆ Comme de plus A = r + r', A = 2 r = 60° → r = r' = 30°

◆ La relation de Descartes-Snell appliquée à la première réfraction donne :
sini = n.sinr = 1,5251 sin30 = 1,5251 x 0,5 = 0,7625 d'où

$\boxed{i = 49{,}69°}$

3) ◆ Appliquons successivement les 3 premières formules du prisme :
sini = n.sinr (1) A = r + r' (2) sini' = n.sinr' (3)

◆ Les résultats sont présentés dans le tableau suivant.

n	1,5251	1,5378	1,5207
i °	49,69	49,69	49,69
r °	30	29,73	30,09
r' °	30	30,27	29,91
i' °	49,69	50,83	49,30
		Δ i' °	1,52

◆ Δ i' = 1,52° est beaucoup plus petit que le champ de pleine lumière objet 2 ω_{PL} = 10°.
<u>Le spectre sera donc enregistré en entier</u>.

4) ◆ Considérons un rayon oblique de lumière blanche, incliné de θ par rapport à l'axe optique et passant par le centre optique O_1 de L_1. En ce point, la lentille est assimilable à une mince lame à

faces parallèles. La dispersion chromatique est négligeable. On peut donc considérer que le rayon n'est pas dévié et qu'il vient frapper la lentille L_2 en un point M tel que $O_2M = e \tan \theta$.

En ce point M, la lentille L_2 est assimilable à un prisme de petit angle A. La lumière blanche est dispersée car la déviation dépend de l'indice du verre : $D(\lambda) = [\, n(\lambda) - 1]\, A$.

Il y aura donc nécessairement du chromatisme transversal dans le plan du film $[F'_e]$.

L'objectif n'est pas achromatique.

Comme le spectre enregistré est discret les raies apparaitront toutes correctement sur la photographie. Elles seront toutefois moins nettes sur les bords du spectre ; mais le degré de flou sera limité par la faible ouverture de l'objectif : $N = f' / \varnothing P_e = 320 / 14 = 22{,}9$!

III

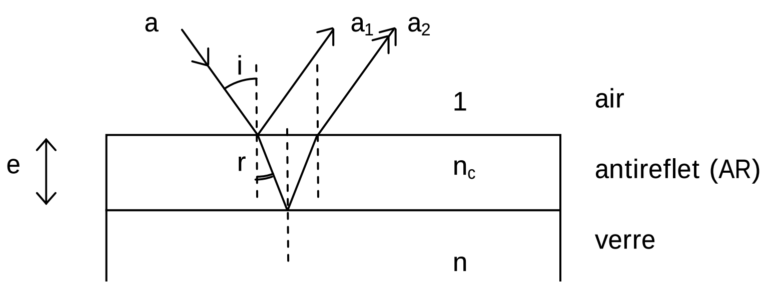
A Principe de l'antireflet monocouche

◆ Les dioptres air-verre présentent, pour un angle d'incidence faible, un facteur de réflexion R ne dépendant que de l'indice du verre : $R = \left[\dfrac{n-1}{n+1}\right]^2$

Ce facteur R est égal à 4 % pour n = 1,5 et il augmente avec la valeur de n.

◆ Pour diminuer le facteur R on dépose sur le dioptre une couche mince d'indice n_c et d'épaisseur e.

L'indice et l'épaisseur de cette couche sont choisis de façon à ce que les interférences produites par réflexion de la lumière sur les dioptres air/couche mince et couche mince/verre soient destructives.



◆ L'antireflet est optimisé pour l'incidence normale (i = 0° = r) et pour une longueur d'onde particulière, généralement choisie vers le milieu du spectre de la lumière visible (555 nm par exemple qui représente le maximum de sensibilité de l'œil en vision photopique).

◆ Pour que l'intensité du reflet soit minimum, les vibrations d'amplitudes a_1 et a_2 doivent être en opposition de phase : $\varphi = (2k + 1)\pi$, or $\varphi = \dfrac{2\pi\,\delta}{\lambda}$ et $\delta = 2\,e$ donc $e = \dfrac{(2k+1)\lambda}{4n_c}$

On choisit l'épaisseur la plus petite $\boxed{e = \dfrac{\lambda}{4n_c}}$ qui donne le reflet minimal quand l'incidence i et la longueur d'onde λ varient. Cette épaisseur est de l'ordre d'une centaine de nanomètres.

- Pour que le minimum d'intensité soit nul, les deux amplitudes a_1 et a_2 doivent être égales.

En effet $I = a_1^2 + a_2^2 + 2\,a_1\,a_2 \cos\varphi = (a_1 - a_2)^2$.

Compte-tenu des facteurs de réflexion en amplitude des dioptres :

air / AR $\rho = (1 - n_c) / (1 + n_c)$

AR / verre $\rho' = (n_c - n) / (n_c + n)$,

et en faisant l'hypothèse que $T = \tau^2 = (1 - \rho^2) \cong 1$, il s'en suit que

$\boxed{n_c = \sqrt{n}}$

<u>Ordres de grandeur</u> :

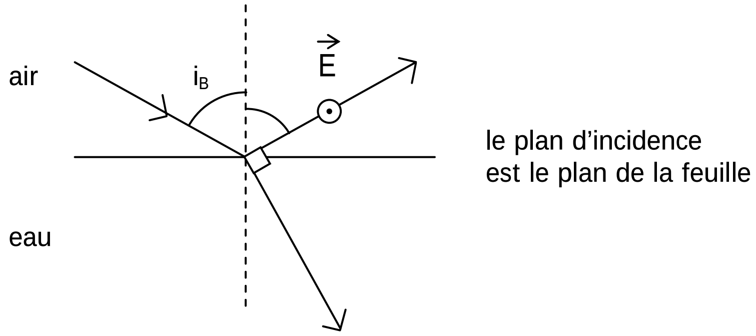
$e \cong 100$ nm (soit 1 / 10 000 mm) & $n_c \cong 1{,}38$ (fluorure de magnesium)

B Polarisation

1) - L'angle de Brewster est donné par :

$\tan i_B = \dfrac{n'}{n} = \dfrac{4}{3}$ $\boxed{i_B = 53{,}13°}$

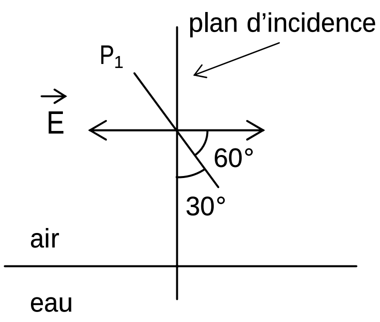
2) - A l'incidence brewstérienne lumière réfléchie est polarisée perpendiculairement au plan d'incidence (voir schéma ci-dessous).



3) - Si I est l'intensité réfléchie par le dioptre air-eau, c'est aussi l'intensité incidente pour lme polariseur P_1.

- D'après la loi de Malus, l'intensité émergente de P_1 est : $I' = I\cos^2\alpha$, où α est l'angle entre la direction de polarisation de la lumière incidente et la direction de polarisation de P_1.

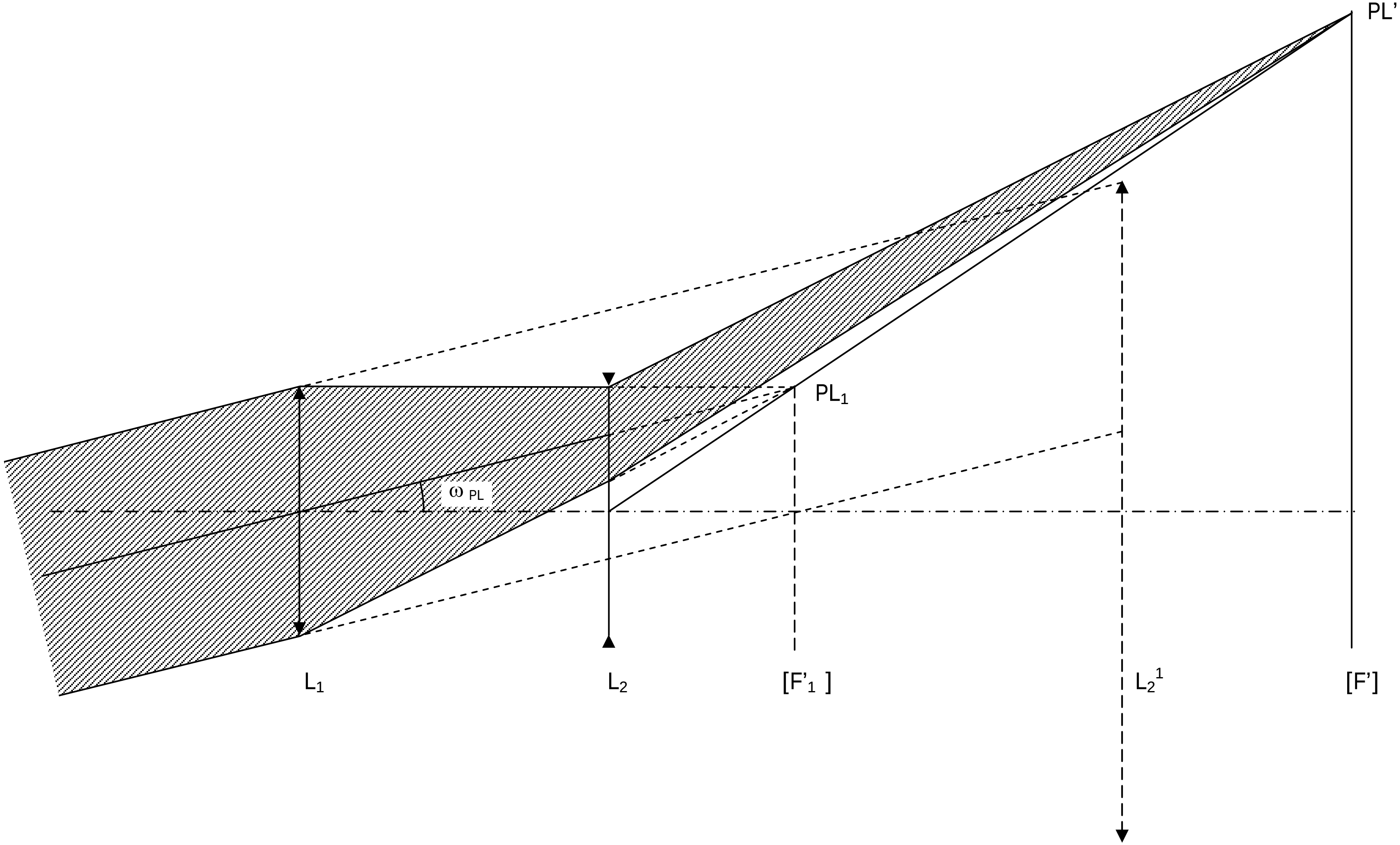
L'angle α est égal à 60° (voir schéma ci-dessous).



$I' = I\cos^2 60 = 0{,}25\ I$ $\boxed{I' = \dfrac{I}{4}}$

4) ◆ Appliquons à nouveau la loi de Malus :

$I'' = I'\cos^2\beta = 0{,}25\ I\cos^2\beta = 0{,}1\ I$ → $\cos^2\beta = \dfrac{0{,}1}{0{,}25} = 0{,}4$ → $\boxed{\beta = 50{,}77°}$


PL'
PL1
ω PL
L1
L2
[F'1]
L2 1
[F']