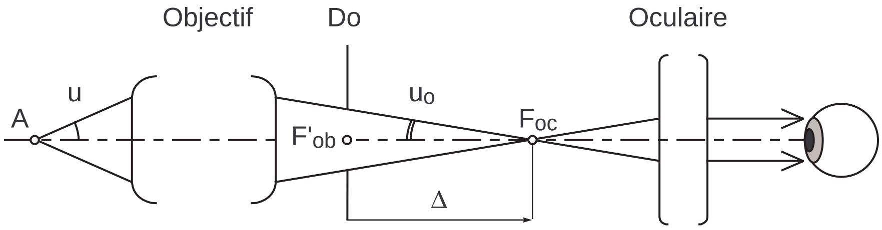
Corrigé du contrôle 1 d'Optique géométrique

I Caractéristiques de l'objectif

1. Le faisceau utile issu du point A, de demi-ouverture u, s'appuie sur la pupille d'entrée. Celle-ci est rejetée à l'infini car le diaphragme d'ouverture est en $[F'_{ob}]$.

   Après traversée de l'objectif, le faisceau utile s'appuie sur le diaphragme d'ouverture. Sa demi-ouverture est u_0.

   Enfin, comme l'image instrumentale est à l'infini, le faisceau utile image est parallèle à l'axe optique.



2. Dans le triangle rectangle défini par la demi-ouverture de D_o et l'intervalle optique Δ,

   $$\tan u_0 = \frac{R(D_o)}{\Delta} = \frac{4}{160} = 0,025 \quad \rightarrow \quad u_0 = 1,432^\circ$$

3. La relation d'Abbe, appliquée en valeur absolue à la conjugaison entre l'objet et l'image objective donne :

   $$n|y|\sin u = |y_0|\sin u_0 \quad \rightarrow \quad |g_{yob}| = \left|\frac{y_0}{y}\right| = \frac{n\sin u}{\sin u_0} = \frac{ON}{\sin u_0} = \frac{0,25}{\sin 1,432} = 10$$

   Le grandissement d'un objectif de microscope est toujours négatif (la relation d'Abbe appliquée algébriquement aurait donné, comme les angles u et u_0, orientés à partir de l'axe optique, sont de signes opposés, des signes opposés pour y et y_0).

   En conséquence, $g_{yob} = -10$.

II Étude de l'oculaire du microscope

1. $f'_{oc} = \dfrac{1}{D_{oc}} = \dfrac{1}{33,3}\ m$, soit $+\ 30\ mm$.

   Les trois formules de *Gullstrand* donnent :

   - $\dfrac{1}{f'_{oc}} = \dfrac{1}{f'_1} + \dfrac{1}{f'_2} - \dfrac{e}{f'_1 f'_2} = \dfrac{1}{3a} + \dfrac{1}{a} - \dfrac{2a}{3a.a} = \dfrac{1+3-2}{3a} = \dfrac{2}{3a} = \dfrac{1}{30} \quad \rightarrow \quad a = 20\ mm$

   d'où $f'_1 =\ +\ 60\ mm$, $e = 40\ mm$, $f'_2 =\ +\ 20\ mm$

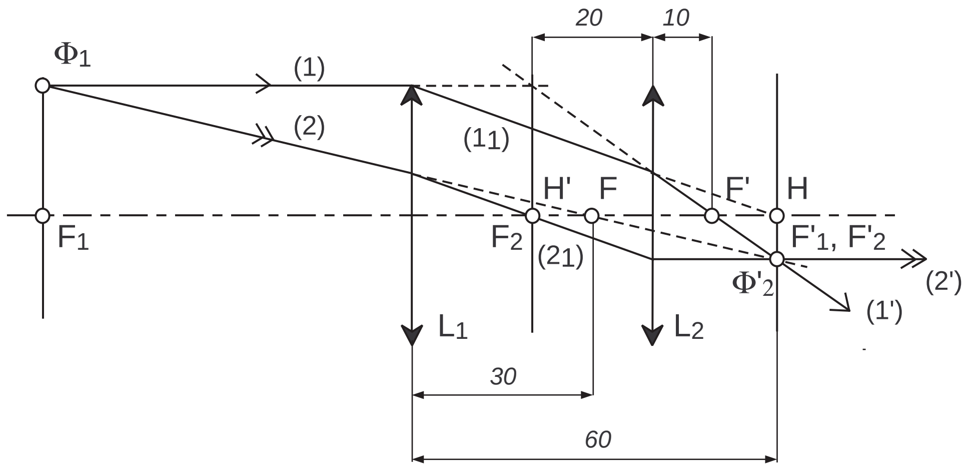
   - $\overline{L_1H_{oc}} = e\,\dfrac{f'_{oc}}{f'_2} = 2a\,\dfrac{30}{a} =\ +\ 60\ mm$

     $\rightarrow \quad \overline{L_1F_{oc}} = \overline{L_1H_{oc}} + \overline{H_{oc}F_{oc}} = 60 - 30 =\ +\ 30\ mm$

   - $\overline{L_2H'_{oc}} = -\ e\,\dfrac{f'_{oc}}{f'_1} = -\ 2a\,\dfrac{30}{3a} =\ -\ 20\ mm$

     $\rightarrow \quad \overline{L_2F'_{oc}} = \overline{L_2H'_{oc}} + \overline{H'_{oc}F'_{oc}} = -20 + 30 =\ +\ 10\ mm$

2. Construction des points cardinaux par la méthode des deux rayons : un rayon objet (1) parallèle à l'axe, qu se réfracte successivement selon (1_1) et $(1')$, et un rayon (2_1) dans l'espace intermédiaire, passant par F_2 et parallèle à (1_1). Les résultats précédents sont vérifiés.



L'échelle demandée n'est pas respectée sur ce schéma.

3. La puissance intrinsèque de l'oculaire, obtenue soit pour une image à l'infini – ce qui est le cas ici – soit pour un œil en $[F'_{oc}]$, est égale à sa vergence : $P_{ioc} = D_{oc} =\ +\ 33,3\ \delta$.
   Les grandeurs étant définies en valeur absolue,

$$P_{ioc} = \frac{\theta'}{y_0} \quad \rightarrow \quad y_0 = \frac{\theta'}{P_{ioc}} = \frac{5 \times \pi}{180 \times 60 \times 33,3} = 0,0437\ 10^{-3}\ m \text{ soit } 43,7\ \mu m.$$

Compte-tenu du grandissement de l'objectif, l'objet est dix fois plus petit que l'image objective, donc :
$y = 0,00437\ 10^{-3}\ m$ soit $4,37\ \mu m$.

4. La puissance du microscope est : $\dfrac{\theta'}{y} = \dfrac{\theta'}{y_0}\dfrac{y_0}{y} = P_{ioc}.|g_{yob}| = 33,3 \times 10 = 333\ \delta$

   C'est une puissance intrinsèque, car l'image instrumentale est à l'infini ($d = \overline{A'H_{œ}} = \infty$).

5. La puissance a été calculée en valeur absolue.

   La puissance algébrique du microscope est en réalité négative : en effet, la puissance algébrique intrinsèque de l'oculaire convergent est positive (égale à sa vergence), et le grandissement transversal algébrique de l'objectif est négatif.

   La puissance algébrique intrinsèque du microscope est $P_{ai} = -333\ \delta$.

   $f' = \dfrac{1}{P_{ai}} = -\dfrac{1}{333}\ m$, soit -3 mm.

   Remarque : On aurait pu également calculer la focale du microscope en appliquant la formule de *Gullstrand* : $D = D_{ob} + D_{oc} - \overline{H'_{ob}H_{oc}}.D_{ob}D_{oc}$.

III Projection sur écran

1. Pour obtenir une image réelle, il faut déplacer l'oculaire dans le sens de la lumière (réglage d'hypermétrope).

   En effet, la distance objet pour l'oculaire $\overline{F_{oc}A_0}$ qui était nulle devient alors négative et , d'après la relation de conjugaison de Newton, la distance image $\overline{F'_{oc}A'}$ est positive. Comme F'_{oc}, situé au delà de L_2 est réel, A' est nécessairement réel.

2. Le déplacement de l'oculaire est $t = \overline{A_0F_{oc}}$. Or $g_{yoc} = \dfrac{f'_{oc}}{\overline{F_{oc}A_0}} = \dfrac{-f'_{oc}}{t}$, donc

   $t = \dfrac{-f'_{oc}}{g_{yoc}} = \dfrac{-30}{-20} = +1,5\ mm.$

3. $\overline{F_{oc}A_0}.\overline{F'_{oc}A'} = -{f'_{oc}}^2 \quad \rightarrow \quad \overline{F'_{oc}A'} = \dfrac{-{f'_{oc}}^2}{\overline{F_{oc}A_0}} = \dfrac{{f'_{oc}}^2}{t} = \dfrac{30^2}{1,5} = +600\ mm.$

$\overline{AA'} = \overline{AD_o} + \overline{D_oA_0} + \overline{A_0F_{oc}} + \overline{F_{oc}L_1} + \overline{L_1L_2} + \overline{L_2F'_{oc}} + \overline{F'_{oc}A'}$
$= 34 + 160 + 1,5 - 30 + 40 + 10 + 600 = \ + 815,5\ mm.$

4. Si la personne distingue des détails de 1/10 mm à 25 cm, elle distinguera des détails de 6/10 mm 6 fois plus loin – c'est-à-dire à 1,5 m, sur l'écran.

   Comme le grandissement de l'oculaire est égal à – 20, et celui de l'objectif égal à – 10, le grandissement entre l'objet et son image sur l'écran est égal à (– 10)(– 20) = + 200.

   Le plus petit détail qui sera distingué sur l'objet est $\dfrac{6/10}{200} = \dfrac{3}{1000}\ mm$, soit 3 μm.

5. (a) Appelons A^*, ${A_0}^*$ et A'^* les nouvelles positions de l'objet, de l'image objective et de l'image instrumentale.

   Appliquons la relation de grandissement de *Newton* au microscope :

   $$g_y = \frac{f'}{\overline{FA^*}} \quad \rightarrow \quad \overline{FA^*} = \frac{f'}{g_y} = \frac{-3}{200}\ mm, \text{ soit } -\ 15\ \mu m.$$

   L'objet $[A]$ était initialement dans le plan focal objet $[F]$ du microscope – car l'image instrumentale était à l'infini. Il doit donc être déplacé de 15 μm dans le sens négatif.

   (b) La focale de l'objectif est obtenue à partir du grandissement initial,

   $$g_{yob} = \frac{-\overline{F'_{ob}A_0}}{f'_{ob}} \quad \rightarrow \quad f'_{ob} = \frac{-160}{-10} = \ + 16\ mm$$

   On avait alors :

   $$\overline{F_{ob}A} = \frac{-{f'_{ob}}^2}{\overline{F'_{ob}A_0}} = \frac{-16^2}{160} = -\ 1,6\ mm$$

   Après déplacement de l'objet, l'image objective est en ${A_0}^*$, tel que :

   $$\overline{F'_{ob}{A_0}^*} = \frac{-{f'_{ob}}^2}{\overline{F_{ob}A^*}} = \frac{-16^2}{-1,615} = \ + 158,51\ mm$$

   Elle est alors située $1,49\ mm$ en avant de F_{oc}, d'où, par conjugaison,

   $$\overline{F'_{oc}A'^*} = \frac{-{f'_{oc}}^2}{\overline{F_{oc}{A_0}^*}} = \frac{-30^2}{-1,49} = \ + 604,0\ mm$$

   Il s'ensuit un déplacement de la position de l'écran de $\overline{A'A'^*} = 604,0 - 600 - 1,5 = \ + 2,5\ mm$, ce qui est tout à fait négligeable.