CORRIGÉ DU CONTRÔLE D'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

TS2A / 8 février 2005

A/ L'OBJET EST À L'INFINI

1. Le nombre d'ouverture N d'une lentille mince diaphragmée sur elle-même est égal au rapport de sa distance focale image à son diamètre d'ouverture.

   Ici $\quad N_1 = \dfrac{8}{2} = 4 \qquad N_2 = \dfrac{12}{3} = 4$

2. Les formules de Gullstrand donnent :

   $f' = \dfrac{f'_1 f'_2}{f'_1 + f'_2 - e} = \dfrac{8 \times 12}{8 + 12 - 4} = +\ 6\ cm$

   $\overline{L_1H} = e\ \dfrac{f'}{f'_2} = 4\ \dfrac{6}{12} = +\ 2\ cm$

   $\overline{L_1F} = \overline{L_1H} + \overline{HF} = \overline{L_1H} - f' = 2 - 6 = -\ 4\ cm$

   $\overline{L_2H'} = -e\ \dfrac{f'}{f'_1} = -4\ \dfrac{6}{8} = -\ 3\ cm$

   $\overline{L_2F'} = \overline{L_2H'} + \overline{H'F'} = \overline{L_2H'} + f' = -3 + 6 = +\ 3\ cm$

3. $\dfrac{1}{\overline{L_2L'_1}} = \dfrac{1}{\overline{L_2L_1}} + \dfrac{1}{f'_2} = \dfrac{1}{-4} + \dfrac{1}{12} = \dfrac{-3+1}{12} = -\dfrac{1}{6} \qquad \overline{L_2L'_1} = -\ 6\ cm$

   $g_y(L_1, L'_1) = \dfrac{\overline{L_2L'_1}}{\overline{L_2L_1}} = \dfrac{-6}{-4} = +\ 1,5$

   $\varnothing L'_1 = \varnothing L_1 . g_y(L_1, L'_1) = 2 \times 1,5 =\ 3\ cm$

4. La pupille de sortie de l'objectif est le diaphragme-image vu de F' sous l'angle le plus petit.
   Les deux diaphragmes-images sont L'$_1$ et L_2.
   Ils sont vus sous des demi-angles β_1 et β_2, tels que :

   $\tan\beta_1 = \dfrac{\varnothing L'_1}{2\ L'_1F'} = \dfrac{\varnothing L'_1}{2\ (L'_1L_2 + L_2F')} = \dfrac{3}{2(6+3)} = \dfrac{1}{6} = 0,1\overline{6}$

   $\tan\beta_2 = \dfrac{\varnothing L_2}{2\ L_2F'} = \dfrac{3}{2 \times 3} = \dfrac{1}{2} = 0,5$

   L'angle le plus petit est celui dont la tangente est la plus petite : c'est β_1.
   L'$_1$ est donc pupille de sortie, et le diaphragme matériel qui lui correspond, à savoir L_1, est bien diaphragme d'ouverture.

5. Le nombre d'ouverture de l'objectif est égal au rapport de sa distance focale image au diamètre de sa pupille d'entrée.

Or L_1, diaphragme d'ouverture, appartient au milieu objet. Il est donc aussi pupille d'entrée.

$$N = \frac{f'}{\emptyset L_1} = \frac{6}{2} = 3$$

6. Le faisceau utile image associé au point sur l'axe F' s'appuie sur la pupille de sortie L'_1.

   Pour un point Φ' du plan image qui s'écarte de F', le faisceau utile est entamé par la lucarne de sortie L_2 à partir du point PL', limite du champ de pleine lumière image.

   Quand Φ' est en M', limite du champs moyen image, la moitié du faisceau qui s'appuie sur la pupille de sortie est diaphragmée par la lucarne de sortie.

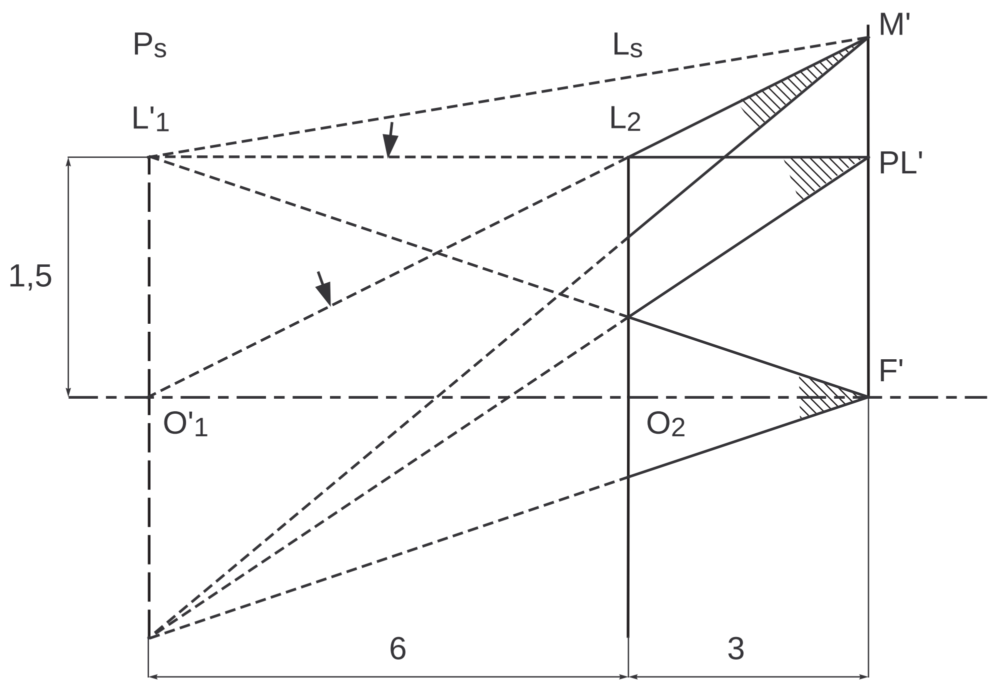

Figure 1

Les deux rayons qui permettent de calculer les champs images sont indiqués par des flèches.

Comme pupille et lucarne de sortie ont même diamètre 3 cm, le champ de pleine lumière image a un diamètre identique :

$$\emptyset PL' = 3\ cm$$

La similitude des triangles $O'_1O_2L_2$ et $L_2PL'M'$ donne :

$$\frac{PL'M'}{O_2L_2} = \frac{O_2F'}{O'_1O_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \qquad PL'M' = \frac{O_2L_2}{2} = \frac{1,5}{2}$$
$$\rightarrow \quad F'M' = F'PL' + PL'M' = 1,5 + 0,75 = 2,25\,cm \qquad ØM' = 4,5\,cm$$

7. Le plan objet est à l'infini. Les champs objets sont définis angulairement.

$$\tan\omega_{PL} = \frac{R_{PL'}}{f'} = \frac{1,5}{6} \qquad \rightarrow \omega_{PL} = 14,0^\circ \rightarrow 2\omega_{PL} = 28,0^\circ$$
$$\tan\omega_{M} = \frac{R_{M'}}{f'} = \frac{2,25}{6} \qquad \rightarrow \omega_{M} = 20,5^\circ \rightarrow 2\omega_{M} = 41,0^\circ$$

8. La figure précédente donne le faisceau utile à la limite du champ de pleine lumière image.
   Ce faisceau de sommet PL' s'appuie sur le bord de la pupille de sortie L'$_1$.
   Le conjugué objet PL$_1$ de PL' à travers L$_2$ se trouve dans le plan focal image de L$_1$ et sur la droite O$_2$PL'.
   Le faisceau utile à la limite du champ de pleine lumière intermédiaire a pour sommet PL$_1$ et pour base L$_1$.
   Le conjugué objet de PL$_1$ à travers L$_1$ est le point objet à l'infini dans la direction PL$_1$O$_1$.
   Le faisceau utile objet à la limite du champ de pleine lumière est donc le faisceau parallèle à cette direction, et qui s'appuie sur le bord de L$_1$.

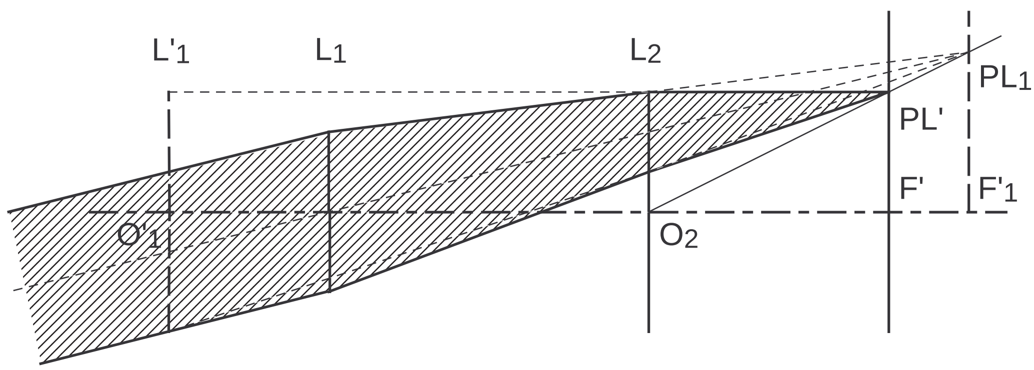

Figure 2

B/ L'OBJET RÉEL EST À 10 CM DE L$_1$

1. La connaissance des points cardinaux du doublet permet d'obtenir directement la position de l'image.

$$\overline{F'A'} = -\frac{f'^2}{\overline{FA}} = -\frac{f'^2}{\overline{FL_1} + \overline{L_1A}} = -\frac{6^2}{4-10} = +\ 6\ cm$$
$$\overline{L_2A'} = \overline{L_2F'} + \overline{F'A'} = 3 + 6 = +\ 9\ cm$$

2. De même pour le grandissement transversal :

   $$g_y(A, A') = \frac{\overline{F'A'}}{-f'} = \frac{6}{-6} = -\ 1$$
   Les plans conjugués sont les plans antiprincipaux du doublet.

3. La Figure 1 reste valable, à condition de remplacer le plan [F'] par le plan [A'], et donc les 3 centimètres par 9.
   Le champ de pleine lumière image est inchangé : $\varnothing PL' = 3\ cm.$
   La similitude des triangles O'$_1$O$_2$L$_2$ et L$_2$PL'M' donne :

   $$\frac{PL'M'}{O_2L_2} = \frac{O_2A'}{O_1'O_2} = \frac{9}{6} = 1,5 \qquad PL'M' = \frac{O_2L_2}{2} = 1,5 \times 1,5 = 2,25\ cm$$
   $$\rightarrow \quad F'M' = F'PL' + PL'M' = 1,5 + 2,25 = 3,75\ cm \qquad \varnothing M' = 7,5\ cm$$

4. Le champ de pleine lumière n'a pas changé, par contre le champ moyen a augmenté de façon importante (67%).

C/ MISE AU POINT PAR DÉPLACEMENT DE L$_1$

1. Soit A$_1$ l'image intermédiaire de A.
   Initialement A$_1$ se trouvait en F'$_1$, c'est-à-dire à 4 cm de L$_2$.
   Le grandissement entre A$_1$ et A' est :

   $$g_y(A_1, A') = \frac{\overline{L_2A'}}{\overline{L_2A_1}} = \frac{\overline{L_2F'}}{\overline{L_2F_1'}} = \frac{3}{4}$$
   Le grandissement total étant égal au produit des grandissements successifs,

   $$g_y(A, A_1) = \frac{g_y(A, A')}{g_y(A_1, A')} = \frac{-1}{3/4} = -\frac{4}{3}$$
   Les relations de grandissement de Newton donnent :

   $$g_y(A, A_1) = \frac{\overline{F_1'A_1}}{-f_1'} = \frac{f_1'}{\overline{F_1A}}$$
   d'où,

   $$\overline{F_1'A_1} = -f_1'.g_y(A, A_1) = 8\ \frac{4}{3} = \frac{32}{3} = +10,\overline{6}\ cm$$
   $$\overline{F_1A} = \frac{f_1'}{g_y(A, A_1)} = \frac{8}{-4/3} = -\ 6\ cm$$
   $$\overline{L_1L_2} = \overline{L_1F_1'} + \overline{F_1'A_1} + \overline{A_1L_2} = 8 + 10,\overline{6} - 4 = 14,\overline{6}\ cm$$
   L$_1$ a donc été déplacé de (14,$\overline{6}$–4), soit 10,$\overline{6}$ cm, dans le sens négatif.

2. $\overline{AA'} = \overline{AF_1} + \overline{F_1L_1} + \overline{L_1L_2} + \overline{L_2A'} = 6 + 8 + 14,\overline{6} + 3 = +\ 31,\overline{6}\ cm$