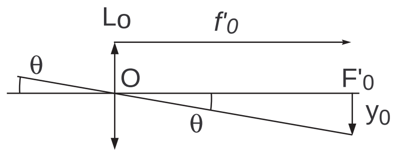
Corrigé du contrôle 1 d'Optique géométrique

I Caractéristiques de l'objectif

1. L'image objective est dans le plan focal image de l'objectif.
   Dans le triangle rectangle formé par la distance focale image, le rayon passant par le centre optique et l'image,

   $$\tan\theta = \frac{y_0}{f'_0} \quad \rightarrow \quad f'_0 = \frac{y_0}{\tan\theta} = \frac{2,9}{\tan\dfrac{20}{60}} = 498,47 \simeq 500\ mm$$

2. L'objectif a pour vergence $D_0 = \dfrac{1}{f'_0} = \dfrac{1}{50010^{-3}} = 2\ \delta$

   La vergence de l'association des deux lentilles minces accolées est égale à la somme des vergences : $D_0 = D_a + D_b = 2 \quad (1)$

   La relation d'achromatisme est, pour ce doublet objectif :
   $\dfrac{D_a}{\nu_a} + \dfrac{D_b}{\nu_b} = \dfrac{D_a}{60} + \dfrac{D_b}{40} = 0 \quad (2)$
   De (2) on tire, $D_b = -\dfrac{2}{3}D_a$

   En reportant dans (1), $D_a - \dfrac{2}{3}D_a = \dfrac{D_a}{3} = 2 \quad \rightarrow \quad D_a = +\ 6\ \delta$

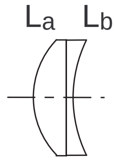
   $D_b = D_0 - D_a = 2 - 6 = -\ 4\ \delta$

   Les focales des lentilles sont obtenues en prenant les inverses des vergences :
   $f'_a = +\ 166,7\ mm \quad f'_b = -\ 250,0\ mm$

La vergence d'une lentille plan-convexe, ou plan-concave, est égale à la vergence du dioptre sphérique.

En effet, d'après Gullstrand, $D = D_1 + D_2 - \frac{e}{n}\, D_1 D_2$

La vergence du dioptre plan étant nulle, deux des trois termes du second membre de l'égalité disparaissent.



Pour la première lentille, $D_a = \frac{n_a - 1}{R_a} \quad \rightarrow \quad R_a = \frac{n_a - 1}{D_a} = \frac{1,5-1}{6} = \frac{1}{12}\ m$, soit $+\ 83,\overline{3}\ mm$

Pour la seconde lentille, $D_b = \frac{1 - n_b}{R_b} \quad \rightarrow \quad R_b = \frac{1 - n_b}{D_b} = \frac{1-1,6}{-4} = \frac{3}{20}\ m$, soit $+\ 150,0\ mm$.

II Détermination de l'oculaire

1. Relation d'achromatisme du doublet oculaire : $f'_1 + f'_2 = 2e$.

2. D'après la première formule de Gullstrand, $f'_{oc} = \frac{f'_1 f'_2}{f'_1 + f'_2 - e}$

   En utilisant la relation précédente, cette formule se simplifie en : $f'_{oc} = \frac{f'_1 f'_2}{e}$

3. Si S et P sont la somme et le produit des deux focales des lentilles de l'oculaire, alors $S = 2e$ et $P = f'_{oc} e$

   L'équation du second degré à résoudre est :
   $x^2 - 2ex + f'_{oc}e = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 - 80x + 1500 = 0$

   Le discriminant réduit est $\Delta' = b'^2 - ac = 40^2 - 1500 = 100$ et les racines sont

   $$x = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-(-40) + 10}{1} = f'_1 = \ +\ 50\ mm$$
   $$x = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-(-40) - 10}{1} = f'_2 = \ +\ 30\ mm$$

4. La construction des points cardinaux est effectuée par la méthode des deux rayons :

   (a) Un rayon objet 1 parallèle à l'axe est réfracté par la première lentille vers F_1', suivant 1_1.

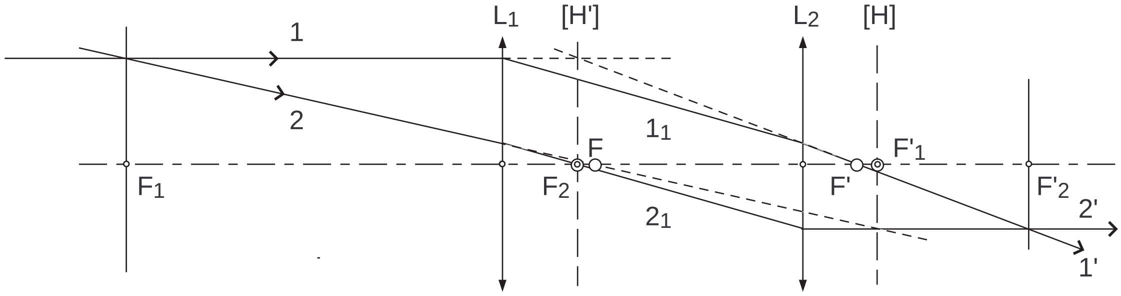
   (b) Un rayon annexe 2_1 est dessiné dans l'espace intermédiaire ; il passe par F_2 et est parallèle à 1_1.

   (c) Ce rayon est réfracté par la seconde lentille suivant $2'$, parallèle à l'axe optique.

   (d) $2'$ coupe le plan focal image $[F_2']$ en un foyer secondaire image par lequel passe le réfracté $1'$ de 1_1.

   (e) Dans l'espace objet, 1 coupe le plan focal objet $[F_1]$ en un foyer secondaire objet par lequel passe le rayon 2.

   (f) Les intersections de $1'$ et 2 avec l'axe optique donnent les foyers principaux du doublet, F' et F.
   Les intersections $1 \cap 1'$ et $2 \cap 2'$ donnent des points appartenant aux plans principaux image et objet, $[H']$ et $[H]$.



III Réglage de l'oculaire

1. L'image instrumentale $A'B'$ est à 200 mm de $H_{œ}$.

   Appliquons les relations de conjugaison et grandissement de Newton à l'oculaire pour trouver le conjugué objet de $A'B'$, A_0B_0 (image objective).

$$\overline{F_{oc}A_0}.\overline{F'_{oc}A'} = -f'^2_{oc} \quad \rightarrow \quad \overline{F_{oc}A_0} = \frac{-f'^2_{oc}}{\overline{F'_{oc}A'}} = \frac{-f'^2_{oc}}{\overline{F'_{oc}L_2} + \overline{L_2H_{œ}} + \overline{H_{œ}A'}}$$

$$\overline{F_{oc}A_0} = \frac{-37,5^2}{-7,5+10+200} = -\ 6,9\overline{4}\ mm$$

$$\overline{L_1A_0} = \overline{L_1F_{oc}} + \overline{F_{oc}A_0} = 12,5 - 6,94 = +\ 5,\overline{5}\ mm$$

$$g_y(A_0, A') = \frac{-\overline{F'_{oc}A'}}{f'_{oc}} = \frac{7,5-10-200}{37,5} = -5,4$$

   L'image instrumentale était initialement en $[F_0']$, $\overline{F_{oc}A_0}$ représente donc l'opposé du déplacement de l'oculaire.

   Ainsi l'oculaire a été déplacé de 6,94 mm dans le sens positif : il a été éloigné de l'objectif.

2. La puissance intrinsèque de l'oculaire est égale à sa vergence, soit
   $P_{ioc} = D_{oc} = \dfrac{1000}{37,5} = \ + 26,\overline{6}\ \delta$

   Quand il est utilisé par l'hypermétrope, sa puissance est :

   $P_{oc} = \dfrac{1}{f'_{oc}}\left(1 - \dfrac{a}{d}\right)$ avec $a = \overline{F'_{oc}H_{œ}}$ et $d = \overline{A'H_{œ}}$

   $a = \overline{F'_{oc}L_2} + \overline{L_2H_{œ}} = -7,5 + 10 = \ + 2,5\ mm$, $d = \overline{A'H_{œ}} = \ - 200\ mm$

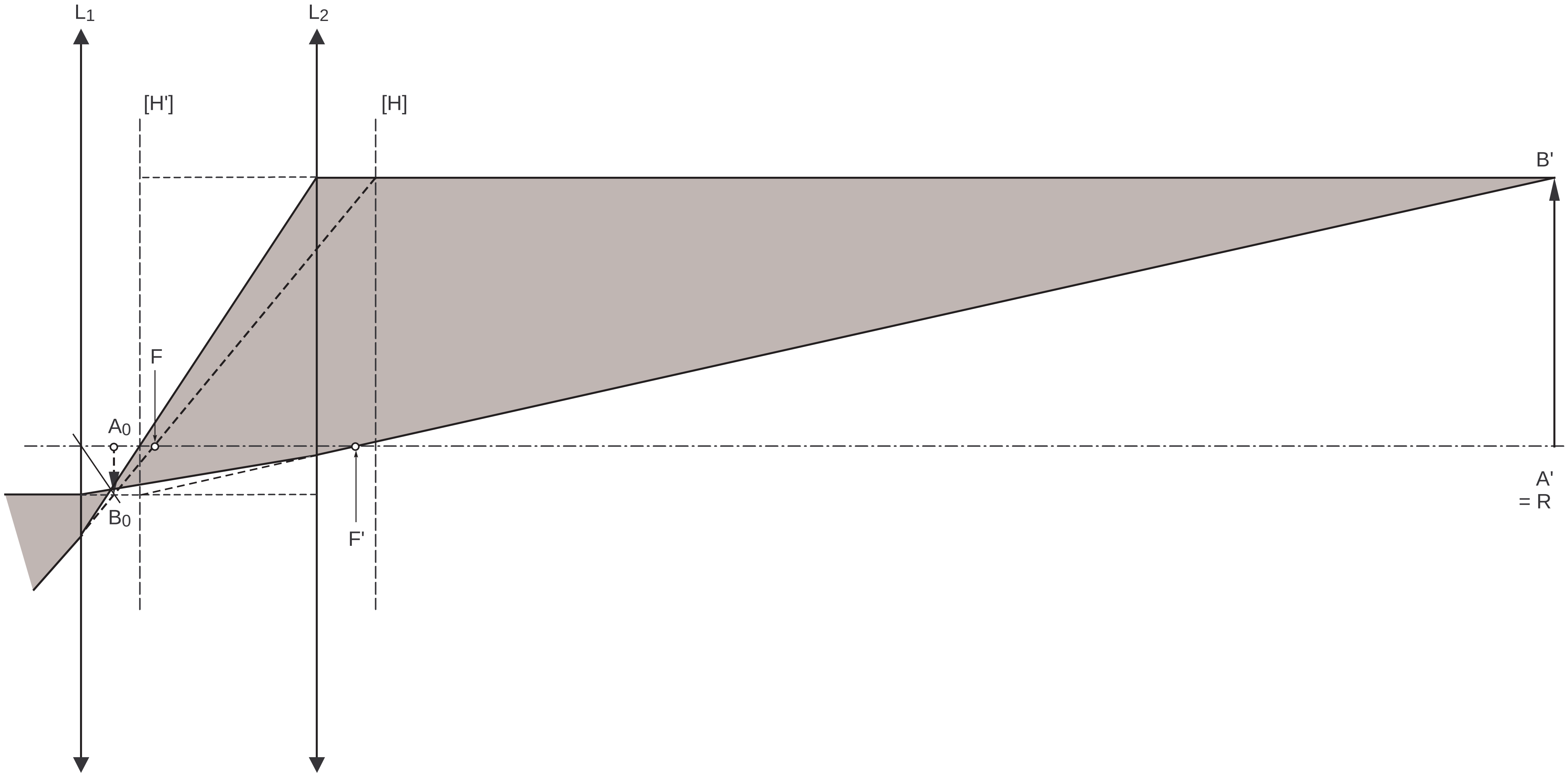
   $P_{oc} = 26,7\left(1 - \dfrac{2,5}{-200}\right) = \ + 27\ \delta$

   Cette puissance est sensiblement égale à la puissance intrinsèque.

   L'erreur relative, si on les confondait, ne serait que de $\dfrac{27 - 26,\overline{6}}{26,\overline{6}} = 0,0125$ soit 1,25%.

   La puissance, en dioptrie, est définie comme le rapport du diamètre apperent de l'image, en radian, à la taille de l'objet, en mètre.

   On en tire $\theta' = y_0.P_{oc} = 2,9.10^{-3} \times 26,\overline{6} = 0,00773\ rad$, soit 4,43°.



L1
L2
[H']
[H]
B'
F
A0
B0
F'
A'
= R